

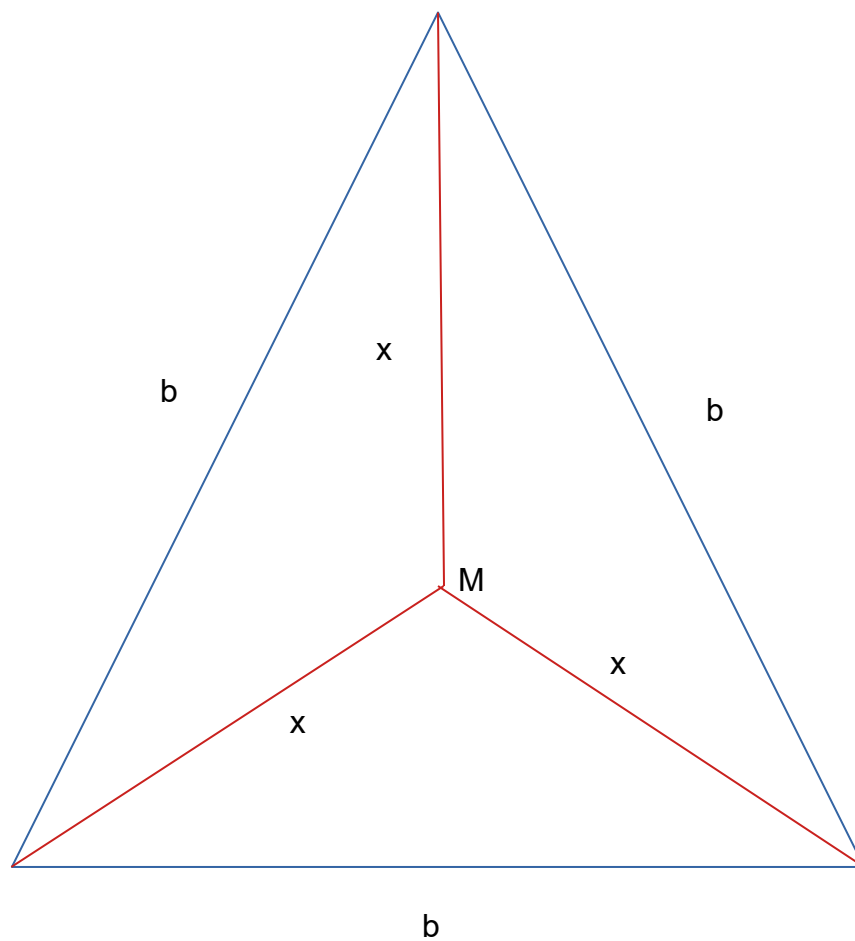
Übungen

Aufgabe 1)

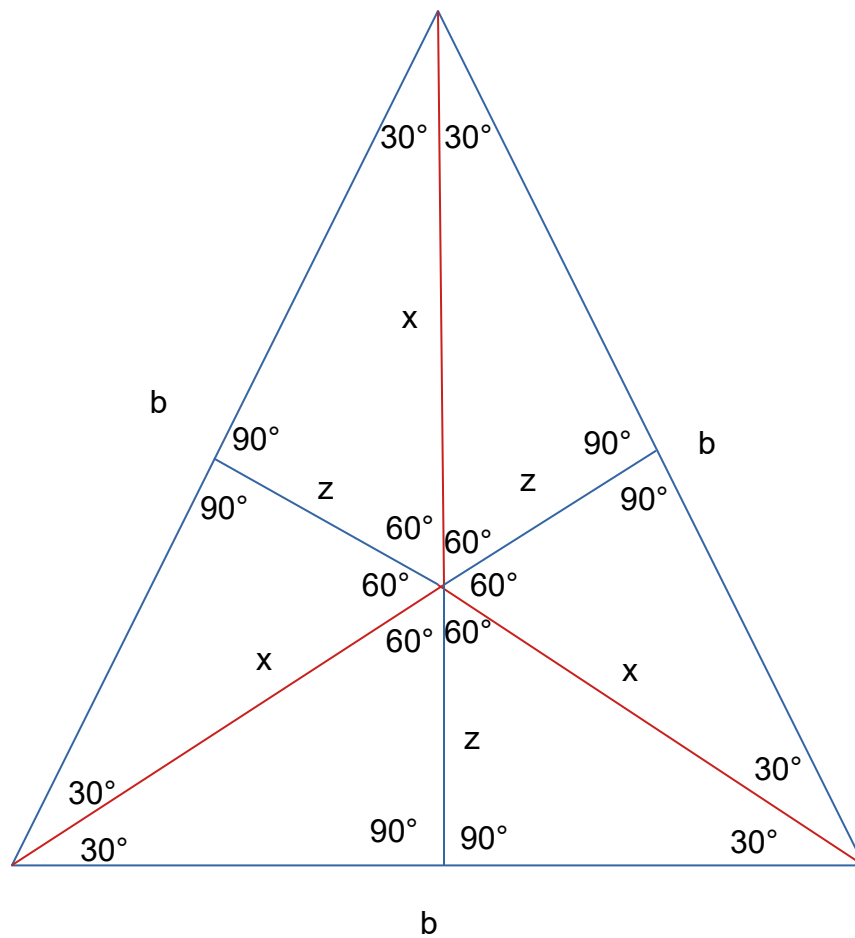
Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck mit den Seiten b .
Bestimmen Sie die Länge x .

Tipp:

Zeichnen Sie zuerst alle Winkel zwischen den Strecken und halbe gleichseitige Dreiecke ein.



Lösung:



Es gilt:

$$z = \frac{x}{2}$$

also:

$$\left(x + \frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = b^2$$

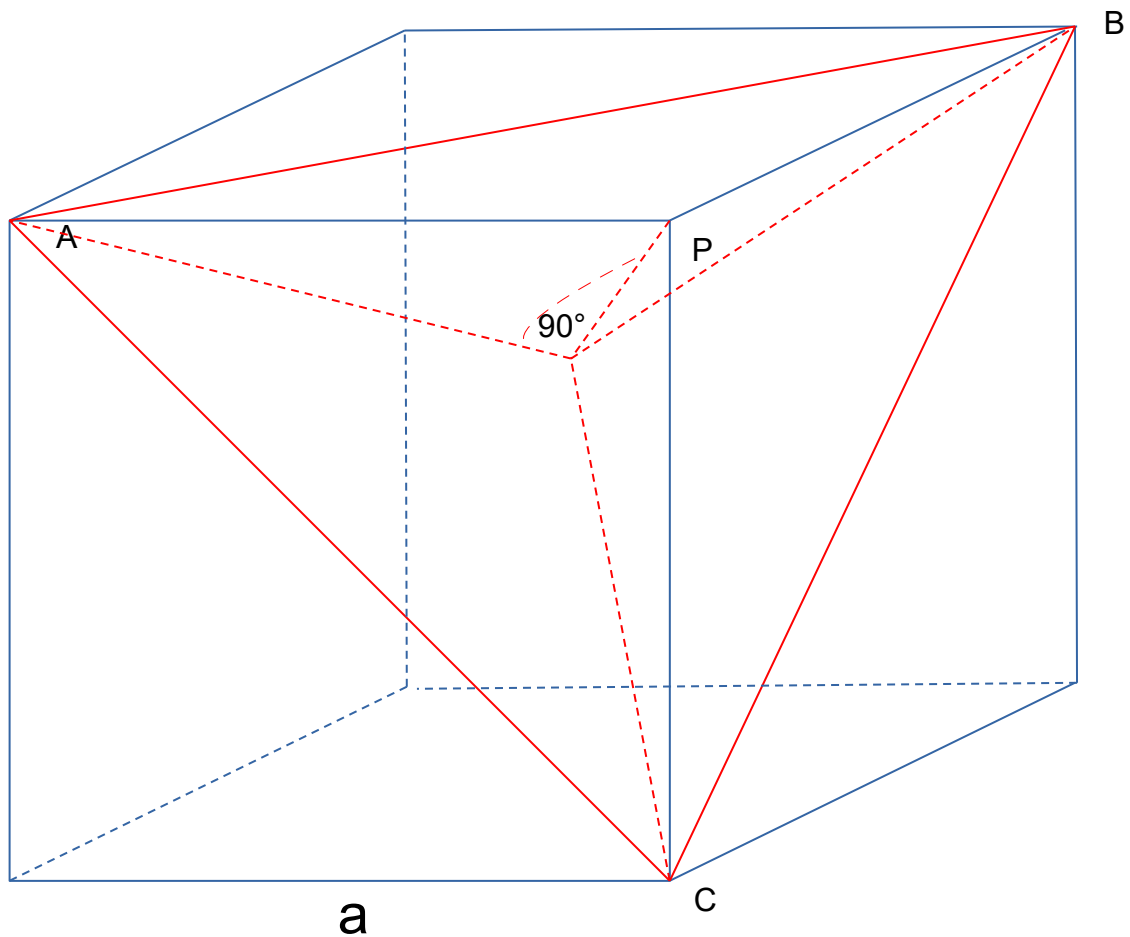
also

$$\frac{9}{4}x^2 = \frac{3}{4}b^2$$

also:

$$x = \frac{b}{\sqrt{3}}$$

Aufgabe 2)



Gegeben ist ein Würfel der Kantenlänge a .

Durch die 3 Punkte A, B, C wird eine Ebene definiert.

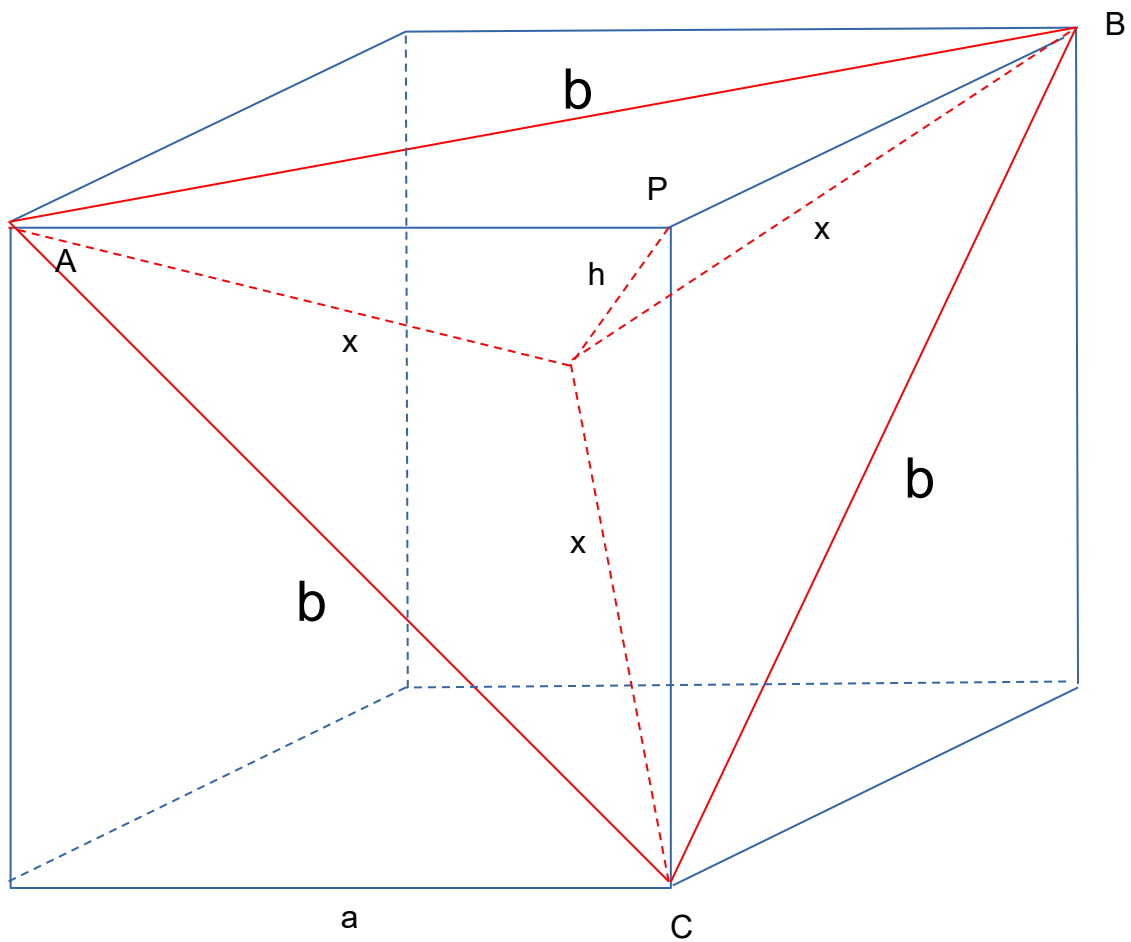
Von P aus wird ein Lot der Länge h auf diese Ebene gefällt.

Bestimmen Sie das Volumen der durch A, B, C und P festgelegten Pyramide:

a) Unter Verwendung des Ergebnisses von Aufgabe 1)

b) Auf viel einfachere Art (ohne Verwendung des Satzes von Pythagoras)

Lösung:



1. Lösung:

Es gilt:

$$b = \sqrt{2} a$$

also:

$$x = \frac{b}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a$$

Für die Fläche des gleichseitigen Dreiecks gilt:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} b^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

Für die Höhe h der Pyramide gilt:

$$h^2 + x^2 = a^2$$

also:

$$h^2 + \frac{2}{3} a^2 = a^2$$

also:

$$h = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Volumen der Pyramide:

$$V = \frac{1}{3} Ah = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{6} a^3$$

2. Lösung:

Man kippt den Würfel um 90° nach vorne.

Dann ist a die Höhe der Pyramide mit einem halben Quadrat als Grundfläche:

$$V = \frac{1}{3} Ah = \frac{1}{3} \frac{a^2}{2} a = \frac{1}{6} a^3$$

